Vol. 54, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © 1987

CORRESPONDANCE DE LANGLANDS GÉOMÉTRIQUE POUR LES CORPS DE FONCTIONS

GÉRARD LAUMON

A Yu. I. Manin
pour son 50ième Anniversaire

0. Introduction. Soient $\mathbb{F}_q$ un corps fini et ℓ un nombre premier inversible dans $\mathbb{F}_q$. Soit X une courbe projective, lisse et géométriquement connexe sur $\mathbb{F}_q$. On note F le corps des fonctions de X, $\bar{F}$ une clôture algébrique de F et $\mathbb{A}$ l'anneau des adèles de F.

Langlands a conjecturé l'existence, pour tout entier $n \geqslant 1$, d'une correspondance entre les représentations ℓ-adiques de rang n du groupe de Galois de $\bar{F}$ sur F (ou mieux du groupe de Weil de $\bar{F}$ sur F) et les formes automorphes sur $\mathrm{GL}_n(\mathbb{A})$ qui sont vecteurs propres des opérateurs de Hecke. En particulier, à une représentation ℓ-adique de rang n, géométriquement irréductible et partout non ramifiée, de $\mathrm{Gal}(\bar{F}/F)$ doit correspondre une fonction f sur $\mathrm{GL}_n(\mathbb{A})$, invariante à gauche sous $\mathrm{GL}_n(F)$ et à droite sous le compact maximal de $\mathrm{GL}_n(\mathbb{A})$, géométriquement cuspidale et vecteur propre des opérateurs de Hecke, avec pour valeurs propres les traces des Frobenius dans la représentation galoisienne. Pour $n = 1$, cette correspondance n'est autre que la théorie du corps de classes abélien.

Cette correspondance de Langlands admet un analogue géométrique dégagé par Lang ($n = 1$) puis Drinfeld ($n = 2$). En particulier, à tout système local ℓ-adique géométriquement irréductible de rang $n \geqslant 1$ sur X doit correspondre un complexe de faisceaux constructibles ℓ-adiques sur l'espace de module $Fib_{X,n}$ des fibrés vectoriels de rang n sur X (ce complexe de faisceaux étant en un sens convenable géométriquement cuspidal et vecteur propre des opérateurs de Hecke). Inversement, compte-tenu du dictionnaire fonctions-faisceaux de Grothendieck et de l'interprétation adélique, due à Weil, des fibrés vectoriels sur X, cette correspondance géométrique doit impliquer la correspondance de Langlands.

L'objet principal de ce travail est de dégager une construction et une caractérisation (conjecturales) du complexe de faisceaux K_E sur $Fib_{X,n}$ associé à un système local de rang n, E, sur X. Pour motiver ces conjectures, nous donnons dans cet article une interprétation géométrique de la fonction de Whittaker associée à E et nous calculons la variété caractéristique du complexe de faisceaux K_E construit par Drinfeld pour $n = 2$.

Plus précisément, après avoir rappelé aux numéros 1 et 2 la conjecture de Langlands et son analogue géométrique, nous construisons au numéro 3 un faisceau pervers ℓ-adique W_E sur l'espace de module $Coh_{X,0}$ des $\mathcal{O}_X$-Modules

Received September 29, 1986. Unité de recherche associée au CNRS 752.