Vol. 53, No. 2 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © June 1986

RIGIDITE DES GROUPES DE CHOW

FLORENCE LECOMTE

Introduction. Soit X un schéma séparé de type fini sur un corps k. Si A est une k-algèbre, on note $\mathrm{CH}_p(X \otimes_k A)$ le groupe d'homologie de Chow du schéma $X \otimes_k A$ c'est à dire le groupe des cycles de dimension p sur ce schéma, modulo l'équivalence rationnelle [F]. On note $\mathrm{CH}_{p,q}(X \otimes_k A)$, $(p \in N,\ q \in N)$, la généralisation due à Gillet [G-1] ($\mathrm{CH}_{p,p} = \mathrm{CH}_p$). Si n est un entier on désignera par $\mathrm{CH}_{p,q}(X \otimes_k A)[n]$ (resp. $\mathrm{CH}_{p,q}(X \otimes_k A)/n$) le noyau (resp. conoyau) de la multiplication par n dans le groupe $\mathrm{CH}_{p,q}(X \otimes_k A)$.

Nous montrons ici que, lorsque le corps k est algébriquement clos et si K est un corps algébriquement clos contenant k, les morphismes naturels

$$\mathrm{CH}_{p,q}(X)[n] \to \mathrm{CH}_{p,q}\Big(X \underset{k}{\otimes} K\Big)[n] \quad et \quad \mathrm{CH}_{p,q}(X)/n \to \mathrm{CH}_{p,q}\Big(X \underset{k}{\otimes} K\Big)\Big/ n$$

sont des isomorphismes, quels que soient les entiers naturels p et q. Ce résultat est analogue à celui obtenu par Suslin pour les groupes de K-Théorie algébrique [S].

Nous montrons aussi le résultat suivant, analogue à celui de Gillet et Thomason [G-T]: si y est un point lisse de codimension d d'une variété Y de type fini sur k, si $k(y)$ est le corps résiduel de y et O^h l'hensélisé de l'anneau local $O_{Y,y}$, alors le morphisme $O^h \to k(y)$ induit des isomorphismes:

$$\mathrm{CH}_{p,q}\Big(X \underset{k}{\otimes} O^h\Big)[n] \cong \mathrm{CH}_{p-d,q-d}\Big(X \underset{k}{\otimes} k(y)\Big)[n]$$

$$\mathrm{CH}_{p,q}\Big(X \underset{k}{\otimes} O^h\Big)\Big/ n \cong \mathrm{CH}_{p-d,q-d}\Big(X \underset{k}{\otimes} k(y)\Big)\Big/ n$$

quels que soient les entiers naturels p et q.

La preuve de ces deux résultats s'appuie sur l'existence, pour toute courbe C lisse sur le corps k, d'un accouplement:

$$\mathrm{CH}_{p,q}\Big(X \underset{\mathrm{Spec}\,k}{\otimes} C\Big) \otimes \mathrm{Pic}(\overline{C}, \overline{C} - C) \to \mathrm{CH}_{p-1,q-1}(X)$$

où $\mathrm{Pic}(\overline{C}, \overline{C} - C)$ désigne le groupe de Picard relatif de la courbe C. La construction de cet accouplement est expliquée dans le paragraphe II. Dans la partie I, nous rappelons les définitions et propriétés des groupes de Chow. L'obstruction majeure pour adapter en théorie de Chow les démonstrations valables en K-Théorie algébrique est due au fait que les foncteurs définis par les groupes de Chow ne sont à priori contravariants que pour les morphismes plats.

Received February 5, 1985. Revision received January 17, 1986.