INTÉGRABILITÉ LOCALE DES CARACTÈRES DU GROUPE GL(n,k) OÙ k EST UN CORPS LOCAL DE CARACTÉRISTIQUE POSITIVE

FRANÇOIS RODIER

Dans ce travail, j'étudie le comportement local des caractères des représentations irréductibles admissibles du groupe GL(n,k) où k est un corps localement compact de caractéristique positive. Je montre que ces caractères sont intégrables au voisinage des éléments semi-simples de GL(n,k). En particulier, ils sont localement intégrables sur tout le groupe si la caractéristique de k est assez grande (théorème 1), et dans tous les cas, ils sont déterminés par leur restriction à l'ouvert des éléments réguliers semi-simples de GL(n,k) (théorème 2).

Ces résultats ont été démontrés par Harish-Chandra ([H-C]) dans le cas où k est de caractéristique nulle: il montre que si G est un groupe réductif p-adique, le caractère d'une représentation admissible irréductible de G est une fonction localement intégrable sur G.

On a repris ici essentiellement la démonstration de Harish-Chandra, en remplaçant cependant certains arguments qui ne fonctionnaient qu'en caractéristique nulle. Le procédé de "descente" qui lui est dû permet de ramener l'étude du caractère à celle d'une distribution invariante au voisinage de l'élément neutre d'un sous-groupe plus petit (§II). Pour étudier cette distribution, Harish-Chandra fait appel à le théorie de Kirillov pour les représentations des groupes compacts (due à R. Howe, cf. [H1]): cette théorie, valable seulement en caractéristique 0, est remplacée ici par un énoncé plus faible (lemme 1). On utilise ensuite, comme en caractéristique 0, les résultats de R. Howe sur les germes de caractères (cf. [H2]). Ces résultats sont valables pour GL(n,k) en toute caractéristique.

Les raisonnements décrits ci-dessus ne donnent des renseignements sur les caractères qu'au voisinage des éléments de GL(n,k) ayant une décomposition de Jordan. Dans le paragraphe VI, je montre comment certains résultats peuvent s'étendre au voisinage des autres éléments.

Ce travail n'aurait jamais vu le jour sans les encouragements de G. Henniart et M. F. Vignéras, ni sans l'aide du séminaire "Groupe réductif et formes automorphes" à l'Université Paris 7, avec en particulier les exposés de P. Barrat et C. Blondel.

Received December 19, 1984.