Vol. 49, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL © September 1982

CONTACT ET CONGRUENCE DE SOUS VARIÉTÉS

JOSÉ ANTONIO VERDERESI

On se propose établir une condition necéssaire et suffisante pour la congruence de sous variétés d'un espace homogène.

Soient M, N varietés C^{∞}. Dans ce qui suit $\sigma, \phi : N \to M$ seront immersions et G un groupe de Lie operant sur M transitivement.

Définition 1. (i) ϕ *est congruente* à $\sigma(\phi \sim \sigma)$ s'il existe $g \in G$ tel que $\phi = g \cdot \sigma$.

(ii) ϕ a un *contact d'ordre* k avec $\sigma(\phi \sim \sigma)$ si, pour tous $x \in N$ il existe $g \in G$ tel que $j_x^k \phi = j_x^k g \cdot \sigma$.

Soit $Q^k = Q^k(N, M)$ l'espace des k-jets des immersions de N dans M. L'action de G sur M se prolonge à une action sur $Q^k : g \cdot j_x^k \sigma = j_x^k g \cdot \sigma$. Si $Z^k \in Q^k$ notons par $G(Z^k)$ l'isotropie de G em Z^k, et mettons $G_\sigma^k(x) = G(j_x^k \sigma)$ pour $x \in N$. On a donc une séquence descendante de groupes de Lie:

$$G_\sigma^0(x) \supset G_\sigma^1(x) \supset \cdots \supset G_\sigma^k(x) \supset \cdots$$

Notons par $G_\sigma^{[k]}(x)$ la suite $(G_\sigma^k(x), G_\sigma^{k+1}(x), \ldots, G_\sigma^{k+1}(\mathrm{x}), \ldots)$ et posons $a \cdot G_\sigma^{[k]}(x) = (a \cdot G_\sigma^k(x), a \cdot G_\sigma^{k+1}(x), \ldots)$, pour tout $a \in G$.

Définition 2. On dit que σ est du *type constant* s'il existe $k \geqslant 0$, $x_0 \in N$ et une application differentiable $a : N \to G$ telle que $G_\sigma^{[k]}(x) = a(x) \cdot G_\sigma^{[k]}(x) \cdot a(x)^{-1}$ et $a(x_0) = e$. Pour simplifier la notation mettons: $G_\sigma^k = G_\sigma^k(x_0)$ et $G_\sigma^{[k]} = G_0^{[k]}(x_0)$. Disons alors que σ est du *type constant* $G_\sigma^{[k]}$. Le plus petit $l \geqslant 0$ ou la séquence $G_\sigma^{[k]}$ stabilise (en dimension) on appelle *hauter* de σ. On note ce nombre pour $\# \sigma$.

Définition 3. On dit que σ est *k-regulière* si $G_\sigma^k(x) = \{e\}$ pour tous $x \in N$. Les immersions k-regulières sont de type constant $G_\alpha^{[k]} = (\{e\}, \ldots, \{e\}, \ldots)$.

Définition 4. $S_\sigma^k = \{ j_x^k g \cdot \sigma \mid x \in N \text{ et } g \in G \}$.

THÉORÈME. *Si σ est de type constant et $k \geqslant \# \sigma$ alors*:

(i) S_σ^k est une sous-variété fibreé de $Q^k \xrightarrow{\sigma} N$, où α est l'application "source".

(ii) $S_\sigma^{k+1} \to S_\sigma^k$ est surjective.

(iii) $S_\sigma^{k+1} \subset pS_\sigma^k$, où pS_σ^k est le prolongement de S^k (voir [1]).

Démonstration. Considerons l'application $G / G_\sigma^k \times N \to Q^k$ donnée par:

$$\mu(\hat{g}, x) = a(x) \cdot g \cdot a(x)^{-1} \cdot j_x^k \sigma$$

Received February 27, 1982.