Vol. 45, No. 3 DUKE MATHEMATICAL JOURNAL© September 1978

ENSEMBLES PICS DANS DES DOMAINES STRICTEMENT PSEUDO-CONVEXES

MONIQUE HAKIM ET NESSIM SIBONY

1. Introduction.

Dans cet article, nous étudions des conditions pour qu'un sous-ensemble fermé E du bord d'un domaine D borné strictement pseudoconvexe de $\mathbb{C}^n$ soit localement pic pour $A^k(\bar{D})$. Si le domaine est régulier et si E est une sous-variété $\mathscr{C}^\infty$ de ∂D, les conditions trouvées sont nécessaires et suffisantes pour que E soit localement pic pour $A^\infty(\bar{D})$ et E est alors aussi un ensemble d'interpolation de $A^\infty(\bar{D})$.

Rappelons d'abord quelques définitions et quelques résultats. Dans tout ce qui suit D désigne un domaine borné strictement pseudo-convexe de $\mathbb{C}^n$. On dira que D est *régulier*, si ∂D est de classe $\mathscr{C}^\infty$.

Définitions. On note $A^k(\bar{D})$ l'algèbre des fonctions de $\mathscr{C}^k(\bar{D})$ qui sont holomorphes dans D. Un sous-ensemble $E \subset \partial D$ est dit *pic* pour $A^k(\bar{D})$, s'il existe $f \in A^k(\bar{D})$ telle que $f_{/E} = 0$ et que $\operatorname{Re} f$ soit < 0 dans $\bar{D} \setminus E$. On dira que E est *localement pic* pour $A^k(\bar{D})$ si pour tout $p \in E$, il existe un voisinage V de p et une fonction $f \in A^k(\bar{D})$ telle que $f = 0$ sur $E \cap V$ et que $\operatorname{Re} f$ soit < 0 sur $\bar{D} \setminus E \cap V$. Le sous-ensemble E est dit *d'interpolation* pour $A^k(\bar{D})$ si toute fonction $f \in \mathscr{C}^k(E)$ est la restriction à E d'une fonction de $A^k(\bar{D})$.

Résultats antérieurs. D. Burns et E. L. Stout ont démontré le résultat suivant [1]: si ∂D est de classe $\mathscr{C}^3$ et si M est une sous-variété de ∂D analytique réelle, M est d'interpolation analytique si et seulement si le plan tangent $T_\zeta(M)$ à M en tout point $\zeta \in M$ est contenu dans le plan tangent complexe

$$T_\zeta^{\mathbb{C}}(\partial D) = T_\zeta(\partial D) \cap JT_\zeta(\partial D) \tag{1.1}$$

en ζ à ∂D.

Soit encore M une sous variété de ∂D vérifiant en tout point $\zeta \in M$ la condition (1.1). A. Nagel a démontré [5] que si M et ∂D sont de classe $\mathscr{C}^3$, tout compact de M est d'interpolation pour l'algèbre $A(D)$ des fonctions continues dans $\bar{D}$ et holomorphes dans D; et de plus que pour tout compact E et pour tout ouvert W de M tel que $E \subset W \subset M$, il existe un compact E_1 tel que $E \subset E_1 \subset W$, qui soit un zéro pour $A^\infty(\bar{D})$. W. Rudin a montré [6] que la propriété d'interpolation pour $A(D)$ est encore vraie pour tout compact de M avec des hypothèses de régularité plus faibles (∂D est de classe $\mathscr{C}^2$ et ∂M de classe $\mathscr{C}^1$). A. E. Tumanov et G. M. Henkin [7] ont obtenu indépendamment des résultats analogues à ceux de A. Nagel.

Received January 30, 1978. Revision received April 19, 1978.