Mitgeteilt am 9. Februar 1955 durch T. NAGELL und OTTO FROSTMAN

Zur Axiomatik endlicher Gruppen

II. Teil

Von BENGT STOLT

§ 1. Einleitung

Die klassischen Definitionen einer Gruppe enthalten bekanntlich solche Axiome, die in weniger umfassende Axiome zerlegt werden können. In [1] habe ich eine solche Zerlegung vorgenommen. Dann habe ich Axiomensysteme gebildet, die für eine zugrundeliegende unendliche oder endliche Menge vollständig bzw. unvollständig sind; siehe [1], [2] und [3]. In späteren Arbeiten habe ich Systeme betrachtet, die nur für eine zugrundeliegende endliche Menge vollständig sind. Zunächst sind alle solche Systeme aufgestellt worden, die aus den sogenannten allgemeinen Axiomen, den Eins-Existenzaxiomen und den allgemeinen Inversaxiomen gebildet werden können, siehe [4]. Wenn die Komposition der Menge eindeutig ist, habe ich auch alle solchen Systeme aufgestellt, die nur für eine zugrundeliegende endliche Menge vollständig sind; siehe [5].

Es ist nun das Ziel der vorliegenden Arbeit, die übrigen Systeme zu bestimmen, die für eine zugrundeliegende endliche Menge vollständig sind. In der Arbeit werden 13 solche Systeme bestimmt; die Vollständigkeit zweier weiteren Systeme sind unentschieden. Für Bezeichnungen und Hilfssätze wird an [1] verwiesen.

§ 2. Hilfssätze

Zuerst wollen wir die folgenden Hilfssätze beweisen.

Hilfssatz 1. *Wenn A, E, $lI(E)$ und $li(U)$ bestehen, hat ein Element mit $lI(E)$ sogar die Eigenschaft $lE.lI$.*

Beweis: Wenn a ein beliebiges Element ist, ist es möglich, der Reihe nach die Produkte $a\,a \supset a^2$, $a\,a^2 \supset a^3, \ldots$ zu bilden. Weil die zugrundeliegende Menge endlich ist, kommt man zu einer Verknüpfung $a\,a^n \supset a^m$, $m \leqq n$. Dann ergibt sich

$$\underbrace{a\;\underbrace{a\quad a^{n-1}}_{a^n}}_{a^m},$$

woraus $a\,a \supset a_1^2$ und $a_1^2\,a^{n-1} \supset a^m$ folgt. Ferner bilden wir