SUR L'ITÉRATION DES FONCTIONS TRANSCENDANTES ENTIÈRES.

PAR

P. FATOU

à PARIS.

1. Nous avons, dans une série d'articles parus au Bulletin de la société mathématique de France[1], établi les principes généraux de l'itération des fonctions rationnelles et étudié les propriétés des équations fonctionnelles qui s'y rapportent. Nous nous proposons dans cet article d'étendre les résultats obtenus aux fonctions transcendantes entières. Cette extension présente des difficultés essentielles que nous n'avons pas entièrement surmontées; on conçoit aisément que, par suite de la présence d'un point singulier essentiel à l'infini, les phénomènes déjà si complexes qui se présentent dans l'étude de l'itération des polynômes acquièrent ici une complexité encore plus grande. C'est pourquoi nous nous bornerons à établir quelques théorèmes généraux et à étudier quelques cas particuliers relativement simples; nous laisserons d'ailleurs systématiquement de côté l'étude de l'itération des fonctions méromorphes qui donnerait lieu à des transcendantes possédant une infinité de points singuliers essentiels.

2. Soit $E(z)$ une fonction transcendante entière; les fonctions itérées d'indice entier positif sont définies par les relations:

$$E_0(z) = z$$
$$E_n(z) = E[E_{n-1}(z)].$$

Ce sont des fonctions entières qui sont encore transcendantes. D'une manière générale, si l'une des fonctions entières $E(z)$ ou $F(z)$ est transcendante, il en est

[1] Voir notamment nos trois mémoires *sur les équations fonctionnelles* (B. S. M. F, 1919—1920).