

FLÄCHENPROBLEME DER VARIATIONSRECHNUNG BEI FESTER UND VARIABLER BEGRENZUNG UND FÜR GESCHLOSSENE FLÄCHEN.

VON

MICHAEL KERNER

in WARSCHAU.

Dem Andenken von Leo Lichtenstein gewidmet.

1. Einleitung.

A. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Analogon der Jacobi'schen Bedingung für zweidimensionale Variationsprobleme in Parameterdarstellung. Drei Probleme sind unten behandelt. Erstens, das Problem des Extremums eines Flächenintegrals über ein Flächenstück, dessen Rand von vornherein gegeben ist. Zweitens, dasselbe Problem für ein Flächenstück, dessen Rand auf einer gegebenen Fläche zu liegen gezwungen ist. Drittens, das Problem des Extremums eines Flächenintegrals über eine geschlossene Fläche.

Wir setzen in allen Problemen voraus, dass die Bedingungen von Euler, Legendre und Weierstrass, beziehungsweise ihre Analoga erfüllt sind. Dann beweisen wir, dass die Jacobische Bedingung eine notwendige und hinreichende Bedingung für das Vorhanden des Extremums ist. Man muss natürlich die hinreichende Bedingung in der starken, die notwendige dagegen in der schwachen Form fassen.

Es soll noch erläutert werden, was wir unter der Jacobischen Bedingung verstehen. Für jedes der drei Probleme bilden wir ein Problem, das wir *assoziiert* nennen, und das in dem Auflösen einer partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung unter bestimmten Randbedingungen besteht. Für das Variationsproblem bei fester Begrenzung ist diese Randwertaufgabe von erster Art; bei varia-