

ESSAIS SUR LE CALCUL DU NOMBRE DES CLASSES DE FORMES  
QUADRATIQUES BINAIRES AUX COEFFICIENTS ENTIERS

PAR

M. LERCH  
à FRIBOURG.

CHAPITRE III.

---

Nous allons exposer les résultats de nature algébrique qui lient la théorie de l'équation binôme à la question qui nous occupe. GAUSS, dans la septième section des *Disquisitiones*, a montré l'existence de la décomposition suivante

$$4 \frac{x^p - 1}{x - 1} = Y^2 \pm pZ^2,$$

$p$  étant premier, et  $Y$  et  $Z$  des polynômes aux coefficients entiers. LEJEUNE-DIRICHLET<sup>1</sup> et JACOBI<sup>2</sup> ont généralisé les résultats de GAUSS au cas d'un discriminant fondamental positif, et ont découvert le rôle que jouent les polynômes  $Y$  et  $Z$  dans la détermination du nombre des classes d'un discriminant positif. CAUCHY<sup>3</sup> paraît le premier avoir reconnu nettement comment la décomposition de GAUSS généralisée dépende du discriminant (qui remplace alors le nombre  $p$ ) supposé fondamental, positif ou négatif,

---

<sup>1</sup> *Sur la manière de résoudre l'équation  $t^2 - pu^2 = 1$  au moyen des fonctions circulaires*, (Journal de Crelle, t. 17).

<sup>2</sup> *Über die Kreistheilung und ihre Anwendung auf die Zahlentheorie* (Monatsberichte der kön. preussischen Akademie der Wiss. zu Berlin, 1837).

<sup>3</sup> *Oeuvres de Cauchy*, I<sup>o</sup> série, vol. 5, p. 84.