

ÜBER BOLZANOS NICHTDIFFERENZIERBARE STETIGE FUNKTION.

VON

GERHARD KOWALEWSKI

in DRESDEN.

In der Sitzung vom 16. Dezember 1921 ist der böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften eine höchst interessante Mitteilung des Herrn JAŠEK über Bolzanos wissenschaftlichen Nachlass vorgelegt worden. Daraus geht u. a. hervor, dass Bolzano schon vor dem Jahre 1834, also mehr als drei Jahrzehnte vor Weierstrass im Besitze eines ziemlich einfachen Verfahrens war, eine nirgends differenzierbare stetige Funktion zu konstruieren. In dem von Herrn Jašek ans Licht gezogenen Manuskript über Funktionenlehre sind die Beweise allerdings nicht mit aller Schärfe durchgeführt. Auch hat sich Bolzano damit begnügt, das Fehlen der Ableitung für eine zwar überall dichte, jedoch nur abzählbare Menge von Stellen wirklich zu konstatieren. Herr RYCHLÍK hat aber in einer an derselben Stelle erschienenen Arbeit (3. Februar 1922) gezeigt, wie man diese Lücken ausfüllen kann. Ich selbst habe in einer kurzen Note in den Leipziger Berichten (12. Juni 1922) ebenfalls zu Bolzanos bewundernswürdiger Leistung Stellung genommen und sein Verfahren geometrisch eingekleidet.

Bolzano benutzt eine besondere Grundoperation, durch die eine Strecke PQ in einen vierteiligen Streckenzug verwandelt wird. Er teilt PQ zunächst in die beiden Hälften PM und MQ und diese weiter in vier gleiche Teile PP_1 , P_1P_2 , P_2P_3 , P_3M bzw. MQ_1 , Q_1Q_2 , Q_2Q_3 , Q_3Q . Nun wird Q_3 durch Spiegelung an der Horizontalen des Punktes Q in Q'_3 und P_3 durch Spiegelung an der Horizontalen des Punktes M in P'_3 übergeführt und der Streckenzug $PP'_3MQ'_3Q$ gezeichnet. Im Übergange von der Strecke PQ zu dem Streckenzuge $PP'_3MQ'_3Q$ besteht Bolzanos Grundoperation. Indem er auf die vier Strecken des aus PQ hergeleiteten Streckenzuges wieder die Grundoperation anwendet, erhält er einen 4^2 -teiligen Streckenzug, dessen einzelne Strecken von Neuem der Grundoperation unterworfen