

ZUR THEORIE DER ORTHOGONALEN DETERMINANTEN

VON

E. NETTO

in GIESSEN.

Nachdem im sechsten Bande der *Acta mathematica* S. 319—320 Herr T. J. STIELTJES vermutungsweise den Satz ausgesprochen hatte: *Bedeutend $a_{x\lambda}$ und $b_{x\lambda}$ ($x, \lambda = 1, 2, \dots, n$) orthogonale Systeme von der Determinante $+1$, und verschwindet die Determinante $|a_{x\lambda} + b_{x\lambda}|$, so verschwinden mit ihr gleichzeitig auch alle ihre Subdeterminanten $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung*, habe ich die Richtigkeit desselben im neunten Bande S. 295—300 dargelegt. Ich komme hier auf denselben Satz zurück, weil der eben angeführte Beweis des Vorzuges entbehrt, das Theorem in der Form einer Identität wiederzugeben; weil ausserdem die Determinante $|a_{x\lambda} + b_{x\lambda}|$ noch in interessanter Weise gedeutet werden kann; und weil ich endlich eine Erweiterung des STIELTJES'schen Satzes mit Hülfe einer Determinanten-Formel geben werde, die mir noch nicht bekannt zu sein scheint.

Diese Formel knüpft an den LAPLACE'schen Determinanten-Zerlegungssatz an. Es sei $|c_{ik}| = C$ ($i, k = 1, 2, \dots, \mu$) eine Determinante des Grades $\mu = m_1 + m_2$; der Coefficient von $c_{a\beta}$ in der Entwicklung von C werde mit $C_{a\beta}$, der Coefficient von $c_{a\beta} \cdot c_{\gamma\delta}$ mit $C_{a\beta, \gamma\delta}$ u. s. w. bezeichnet. Dann können wir das LAPLACE'sche Theorem so schreiben:

$$(1) \quad \sum_{(i)} C_{1^{i_1}, \dots, m_1^{i_{m_1}}} \cdot C_{m_1+1, i_{m_1+1}, \dots, \mu^{i_\mu}} = C.$$