SUR LES SÉRIES DE FACULTÉS.

PAR

N. E. NÖRLUND

À LUND.

Introduction.

Par une série de facultés on entend une série de l'une des deux formes suivantes:

$$\Omega(x) = \sum_{s=0}^{s=\infty} \frac{a_{s+1}\, s!}{x(x+1)\ldots(x+s)}, \tag{1}$$

$$W(x) = a_0 + \sum_{s=1}^{s=\infty} a_s \frac{(x-1)(x-2)\ldots(x-s)}{s!}, \tag{1 bis}$$

où les a_s sont indépendants de x. Comme l'a fait remarquer M. JENSEN[1] le domaine de convergence de ces séries est un demi-plan, limité à gauche par une droite perpendiculaire à l'axe des abscisses et coupant celui-ci dans un certain point λ, dit l'abscisse de convergence.[2] Elles représentent des fonctions analytiques, holomorphes à l'intérieur de ce domaine en exceptant, pour les séries de la forme (1), les points $0, -1, -2, \ldots$ qui sont des pôles ou des points réguliers de la fonction $\Omega(x)$, s'ils sont situés à l'intérieur du domaine de convergence.

M. PINCHERLE a démontré que les séries de la forme (1 bis) ont l'inconvénient de pouvoir représenter zéro sans que tous les coefficients soient zéro. Quand une fonction admet un développement de la forme (1 bis) elle en admet donc une infinité. La représentation d'une fonction, par une série de la forme (1) est au contraire unique. Ce sont ces séries qui sont les plus intéressantes et

---

[1] Tidsskrift for Mathematik sér. 4, t. 5, p. 130, problème 451; voir aussi sér. 5, t. 2, p. 70—72.

[2] Si la série est convergente dans tout le plan, λ est égal à $-\infty$.