

PERIODISCHE FUNKTIONEN  
UND  
SYSTEME VON UNENDLICH VIELEN LINEAREN GLEICHUNGEN.

Von  
PAUL STÄCKEL  
IN HEIDELBERG.

§ 1. Bedingungen für die Periodizität einer durch eine Potenzreihe  
dargestellten Funktion.

Die vorliegenden Untersuchungen beziehen sich auf die Frage, wann die durch eine vorgelegte Potenzreihe

$$(1) \quad P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{z^n}{n!}$$

definierte analytische Funktion  $f(z)$  der Funktionalgleichung

$$(2) \quad f(z + c) = f(z)$$

mit konstantem  $c$  genügt, wann also durch die Potenzreihe  $P(z)$  eine analytische Funktion von  $z$  mit der primitiven Periode  $c$  dargestellt wird.<sup>1</sup> Im Allgemeinen wird die Potenzreihe  $P(z)$  nur ein Element der Funktion  $f(z)$  liefern; nur wenn sie unbeschränkt konvergent ist, kann sie mit der ganzen transzendenten Funktion  $f(z)$  zusammenfallen. Hierin liegt eine grosse Schwierigkeit; denn im Allgemeinen wird man, um die Periodizität festzustellen, über den Konvergenzbereich der

---

<sup>1</sup> Dieselbe Frage habe ich in einer Abhandlung gleichen Titels behandelt, die in der *Festschrift*, HEINRICH WEBER zu seinem siebzigsten Geburtstag gewidmet, Leipzig 1912 erschienen ist. Die hier in den §§ 1 und 2 mitgeteilten Ergebnisse finden sich, in etwas anderer Darstellung, schon dort; dagegen werden in § 3 Untersuchungen weitergeführt, die dort nur begonnen worden sind.