Groupes algébriques et grands degrés de transcendance

par

MICHEL WALDSCHMIDT

*Institut Henri Poincaré
Paris, France*

Sommaire

§ 1. Introduction	253
§ 2. Le critère d'indépendance algébrique de Philippon	259
§ 3. Le théorème principal	260
§ 4. La fonction auxiliaire	261
§ 5. Petites perturbations	262
§ 6. Fin de la démonstration du théorème principal	266
§ 7. Démonstration du théorème 1.4	266
§ 8. Une variante du théorème 1.4	268
§ 9. Groupes algébriques définis sur une extension transcendante	269
§ 10. Déformation d'un groupe algébrique	271
§ 11. Démonstration du théorème 9.1	273
§ 12. Indépendance algébrique de valeurs de la fonction exponentielle	275
§ 13. Indépendance algébrique de valeurs de fonctions elliptiques	277
§ 14. Fonctions zêta et sigma	288
§ 15. Variétés abéliennes	289
§ 16. Compléments	291
Références	293

§ 1. Introduction

On considère un sous-corps K de $\mathbb{C}$, de degré de transcendance $t \geq 0$ sur $\mathbb{Q}$, et un groupe algébrique commutatif connexe G de dimension $d > 1$ défini sur K . On note $T_G(\mathbb{C})$ l'espace tangent à l'origine de $G(\mathbb{C})$, $\exp_G : T_G(\mathbb{C}) \rightarrow G(\mathbb{C})$ l'application exponentielle de $G(\mathbb{C})$, et Ω le noyau de $\exp_G$. Soit V un sous-espace vectoriel de $T_G(\mathbb{C})$ de dimension n sur $\mathbb{C}$, avec $1 \leq n < d$, tel que $\exp_G V$ soit dense pour la topologie de Zariski dans $G(\mathbb{C})$. On note $\kappa = \text{rg}_{\mathbb{Z}} \Omega \cap V$, où $\text{rg}_{\mathbb{Z}}$ désigne le rang sur $\mathbb{Z}$. On définit $\varrho = \varrho(G)$ par : $\varrho = 1$ si G est linéaire, et $\varrho = 2$ sinon. Ainsi $\kappa \leq \varrho n$.