

SUR UN CAS SPÉCIAL DE
L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE LAMÉ

PAR

E. A. STENBERG
à HELSINGFORS.

La méthode donnée par M. HERMITE dans son admirable mémoire *Sur quelques applications des fonctions elliptiques* (premier fascicule, Paris, Gauthier-Villars 1885, §§ 44, 45), pour intégrer l'équation différentielle de LAMÉ

$$y'' - [n(n+1)k^2 \operatorname{sn}^2 x + h]y = 0$$

n'est plus applicable, quand les équations trouvées au § 45, c'est-à-dire

$$\begin{aligned} H_{2\nu-1} + h_1 H_{2\nu-3} + h_2 H_{2\nu-5} + \dots + h_{\nu-1} H_1 + h_\nu &= 0, \\ 2\nu H_{2\nu} + (2\nu-2)h_1 H_{2\nu-2} + (2\nu-4)h_2 H_{2\nu-4} + \dots + 2h_{\nu-1} H_2 &= 0 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} H_{2\nu-2} + h_1 H_{2\nu-4} + h_2 H_{2\nu-6} + \dots + h_{\nu-1} H_0 &= 0, \\ (2\nu-1)H_{2\nu-1} + (2\nu-3)h_1 H_{2\nu-3} + \dots + h_{\nu-1} H_1 - h_\nu &= 0 \end{aligned}$$

suivant les cas de $n = 2\nu$ et $n = 2\nu - 1$, conduisent par l'élimination de λ à une équation

$$\Phi(k^2 \operatorname{sn}^2 \omega, k \operatorname{sn} \omega \operatorname{cn} \omega \operatorname{dn} \omega) = 0,$$

où la fonction doublement périodique Φ ne devient nul que pour $\omega = iK'$.

La fonction $f(x)$ du même paragraphe n'a, en effet, alors aucun pôle et ne peut pas par conséquent servir d'élément simple.