REMARQUES DIVERSES SUR L'ÉQUATION DE FREDHOLM.

PAR

H. POINCARÉ.

À PARIS.

§ 1. Formules fondamentales.

Nous écrirons l'équation de FREDHOLM sous la forme suivante:

$$\varphi(x) = \lambda \int f(x, y) \varphi(y) dy + \psi(x); \tag{1}$$

$\varphi(x)$ est la fonction inconnue, $\psi(x)$ une fonction donnée, $f(x, y)$ le noyau. La solution du problème nous est donnée par la formule de FREDHOLM:

$$\varphi(x) = \psi(x) + \lambda \int \psi(y) \frac{N(\lambda; x, y)}{D(\lambda)} dy \tag{2}$$

où $D(\lambda)$ est le $D_{-\lambda f}$ de FREDHOLM, tandis que $N(\lambda; x, y)$ s'écrit d'après les notations de FREDHOLM:

$$-\frac{1}{\lambda} D_{-\lambda f}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Nous aurons donc:

$$D(\lambda) = \sum \frac{(-\lambda)^n}{n!} \int f\begin{pmatrix} x_1, x_2, \ldots x_n \\ x_1, x_2, \ldots x_n \end{pmatrix} dx_1 dx_2 \ldots dx_n = 1 - \lambda \int f(x_1, x_1) dx_1 + \cdots$$

Je n'écris qu'un signe $\int$ pour une intégration multiple.

Nous aurons de même:

$$N(\lambda) = \sum \frac{(-\lambda)^n}{n!} \int f\begin{pmatrix} x, x_1, x_2, \ldots, x_n \\ y, x_1, x_2, \ldots, x_n \end{pmatrix} dx_1 dx_2 \ldots dx_n = f(x, y) - \lambda \int f\begin{pmatrix} x, x_1 \\ y, x_1 \end{pmatrix} dx_1 + \cdots$$