

Dynamique des automorphismes des surfaces K3

par

SERGE CANTAT

*Université de Rennes 1
Rennes, France*

Introduction

Soit X une variété complexe compacte, par exemple une variété projective, et $\text{Aut}(X)$ son groupe d'automorphismes, c'est-à-dire le groupe de ses difféomorphismes holomorphes. Il s'agit d'un groupe de Lie complexe de dimension finie dont l'étude s'avère extrêmement intéressante.

Lorsque X est une courbe, $\text{Aut}(X)$ n'a qu'un nombre fini de composantes connexes et la dynamique des automorphismes est très pauvre car chacun d'entre eux admet un itéré qui est l'identité, une translation (si X est une courbe elliptique) ou une homographie (si X est la sphère de Riemann). Ces propriétés sont propres aux courbes et tombent simultanément en défaut dès la dimension 2 ; il existe en effet sur certaines surfaces complexes compactes des automorphismes dont aucun itéré n'est isotope à l'identité et dont la dynamique est très riche.

La figure 1 représente quelques orbites d'un automorphisme de ce type. Dans cet exemple, la surface est une variété projective donnée par une équation à coefficients réels et l'automorphisme est lui-même défini sur le corps des nombres réels : c'est ce qui permet d'obtenir une figure dans \mathbf{R}^3 .

Le but de cet article est d'étudier de manière systématique la dynamique des automorphismes des surfaces complexes compactes. En fait, nous nous contenterons d'étudier les automorphismes des surfaces K3, c'est-à-dire des surfaces simplement connexes qui sont munies d'une 2-forme holomorphe partout non nulle. Ce choix légèrement restrictif est justifié par les remarques suivantes.

Tout d'abord, lorsque la surface X n'est pas kählérienne, l'entropie topologique de tout automorphisme est nulle [7]. A priori, la dynamique développée par ces automorphismes est donc pauvre et, conjecturalement, ce que nous allons expliquer pour les surfaces kählériennes devrait encore s'appliquer. Nous supposons donc désormais que la surface ambiante X est *une surface complexe compacte kählérienne*.