SUR UNE APPLICATION DES DÉTERMINANTS INFINIS A LA THÉORIE DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

PAR

HELGE VON KOCH

A STOCKHOLM.

Si les coefficients $P_r(x)$ $(r = 1, 2, \ldots, n)$ de l'équation linéaire

$$\frac{d^n y}{dx^n} + P_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \ldots + P_n(x)y = 0$$

sont des fonctions analytiques uniformes de la variable x, qui dans le voisinage d'un certain point, par exemple $x = 0$, peuvent être représentées par des séries de Laurent, on sait, d'après les recherches fondamentales de M. FUCHS, qu'il existe au moins une intégrale qui dans le voisinage du dit point peut s'écrire sous la forme

$$y = x^\rho G(x),$$

ρ étant une quantité indépendante de x et $G(x)$ une série de Laurent. Dans le cas particulier où $G(x)$ ne contient qu'un nombre fini de puissances négatives de x, les coefficients de cette série sont donnés par des formules de récursion.[1] Mais dans le cas général, si l'on cherche à déterminer ces coefficients, on obtient un système infini d'équations linéaires. Un tel système a été étudié pour la première fois par M. HILL[2] qui, dans le but d'intégrer une certaine équation différentielle du second ordre, a été conduit à envisager un déterminant d'ordre infini $\square(c)$. Dans un

[1] FUCHS, J. de Crelle T. 66. FROBENIUS, même journal T. 76.

[2] *On the part of the motion of the lunar perigee which is a function of the mean motions of the sun and moon,* Cambridge, Wilson 1877; Acta mathematica T. 8.