Exposants de Liapounoff et distribution des points périodiques d'un endomorphisme de $\mathbf{CP}^k$

par

JEAN-YVES BRIEND

et

JULIEN DUVAL

*Université de Provence
Marseille, France*

*Université Paul Sabatier
Toulouse, France*

Introduction

Hubbard et Papadopol (voir [9]) ainsi que Fornæss et Sibony (voir [6]) ont construit, pour tout endomorphisme holomorphe f de degré $d \geq 2$ de $\mathbf{CP}^k$, une mesure de probabilité invariante naturelle μ , mélangeante et d'entropie maximale $k \log d$, la mesure d'équilibre de f . En dimension un, cette mesure a été introduite en 1983 par Lyubich ainsi que Freire, Lopes et Mañé (voir [11], [8]), qui montrent qu'elle reflète la distribution des points périodiques de f et qu'elle est l'unique mesure d'entropie maximale. Il en résulte par l'inégalité de Margulis–Ruelle (voir [13]) une minoration par $\frac{1}{2} \log d$ de l'exposant de Liapounoff de f par rapport à μ . Dans le cas des polynômes d'une variable, l'introduction de μ remonte à Brolin en 1965 (voir [4]) qui l'identifie à la mesure d'équilibre de l'ensemble de Julia rempli. Les résultats précédents s'obtiennent alors directement par une méthode potentialiste (voir par exemple l'article de Tortrat [14]).

L'objet de cet article est de répondre à des questions similaires en dimension plus grande. Notre résultat principal est le suivant :

THÉORÈME 1. — *Soit λ le plus petit exposant de Liapounoff de f par rapport à μ . On a alors la minoration*

$$\lambda \geq \frac{1}{2} \log d.$$

En particulier, tous les exposants sont strictement positifs.

Ainsi, comme en dimension un, la mesure μ peut être qualifiée de « répulseur » non uniformément hyperbolique. La stricte positivité des exposants dans le cas où le support de μ est un compact uniformément hyperbolique est due à Fornæss et Sibony (voir [7]). Notons que la minoration obtenue ici est optimale, comme on peut le voir en relevant un exemple de Lattès. De plus, dès que $k \geq 2$ elle ne résulte plus de l'inégalité de Margulis–Ruelle, qui en est en fait un corollaire. La démonstration que nous allons en donner ne fait