

WOHLORDNUNG

VON

FRANZ VON KRBEEK

in Greifswald

OSKAR PERRON ZUM 75. GEBURTSTAG

Übersicht

Cantor bezeichnete die Herstellbarkeit von Wohlordnung als Denkgesetz. Einen ersten Beweis für die Herstellbarkeit von Wohlordnung gab Zermelo 1904 in *Math. Ann.* 59 und vier Jahre später einen zweiten Beweis *ibid.* 65. Den Angelpunkt beider Beweise bildet sein Auswahlaxiom. Dieses Postulat wurde anfangs heftig angefeindet, während heute die meisten Mathematiker von seiner Unerlässlichkeit überzeugt sind. Eine Analyse des Abzählens legt eine Revision nahe.

In seinem ersten Beweis berief sich Zermelo, *l. c.* S. 515 oben, darauf, dass von zwei wohlgeordneten Mengen die eine einem Abschnitt der anderen ähnlich ist. Das Heranziehen von Ordnungszahlen verhalf zum Beweis. Wie die Bemerkung von Hausdorff in *Grundz. d. Mengenl.* 1914, S. 136: „Wir ... wollen ... den zweiten Zermeloschen Beweis ... reproduzieren, weil er den grossen Vorzug hat, von der Theorie der Ordnungszahlen nichts vorauszusetzen“ verrät, empfand man das Heranziehen von Ordnungszahlen dabei als Mangel, dem erst Kneser 1950 in *Math. Z.* 53 abhalf.

Anfang der Wohlordnung

E sei eine beliebige Menge. Man kann sie immer teilweise ordnen, indem man nach Belieben ein erstes Element a , hinterher ein zweites Element b auszeichnet und $a < b$ erklärt. Zusätzlich verlangt man noch, dass a und b allen vergleichbaren Elementen von E vorangehen, und weiter, dass letztere Elemente auch noch untereinander vergleichbar sind.

Anfangsstück einer teilweise geordneten Menge E heisst die Teilmenge A , wenn aus $x \in E$, $y \in A$, $x < y$ stets $x \in A$ folgt.

Der Abschnitt A_x besteht aus allen x vorangehenden Elementen von E .