ÜBER DIE INTEGRALE DES VIELKÖRPER-PROBLEMS[1]

VON

H. BRUNS

in LEIPZIG.

I.

1. Die bis jetzt bekannten Integrale des Vielkörper-Problems, nämlich die Schwerpunkts- und Flächen-Sätze und der Satz von der lebendigen Kraft, besitzen die gemeinsame Eigenschaft, dass sie die Coordinaten und die Geschwindigkeits-Componenten nur in algebraischen Verbindungen enthalten. Dieser Umstand, sowie die Vergeblichkeit der bisherigen Bemühungen zur Auffindung weiterer Integrale legen die Vermuthung nahe, dass der Kreis der algebraischen Integrale mit den genannten abgeschlossen sei. Es soll deshalb hier die Aufgabe behandelt werden, alle algebraischen, die Zeit nicht explicite enthaltenden Integrale aufzusuchen. Das Ergebniss ist, wie hier gleich bemerkt werden soll, negativer Art, d. h. die noch fehlenden Integrale sind sämmtlich transcendent.

Es seien $m_\alpha, x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha$ $(\alpha = 1, 2, \ldots, n)$ die Massen und die Coordinaten der materiellen Punkte, $r_{\alpha\beta}$ die Distanz der Massen m_α, m_β,

$$U = \sum \frac{m_\alpha m_\beta}{r_{\alpha\beta}}$$

die Kräftefunction für den Fall des NEWTON'schen Gravitationsgesetzes, dann können wir die Bewegungsgleichungen in der Form

$$(1) \qquad \frac{dx_\alpha}{dt} = X_\alpha, \qquad \frac{dX_\alpha}{dt} = \frac{1}{m_\alpha} \cdot \frac{\partial U}{\partial x_\alpha}, \quad \text{etc.}$$

[1] Mit Genehmigung des Verfassers abgedruckt aus den Berichten der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften 1887; Math. Cl. 1—39, 55—82.