NOTE SUR LA FONCTION

$$\mathfrak{K}(w\,,\,x\,,\,s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{2k\pi ix}}{(w+k)^s}$$

PAR

M. LERCH

À VINOHRADY.

Soit x une quantité dont la partie imaginaire est positive ou nulle, w une quantité réelle positive et moindre que l'unité et soit s une quantité dont la partie réelle est supérieure à l'unité. En représentant par $(w+k)^s$ la quantité $e^{s\lg(w+k)}$, où le logarithme est pris en sens arithmétique, considérons la somme

$$\mathfrak{K}(w\,,\,x\,,\,s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{2k\pi ix}}{(w+k)^s} \tag{1}$$

convergente pour chaque valeur de s, si la partie imaginaire de x est supérieure à zéro, et ne convergente que pour les valeurs de s dont la partie réelle est positive, si x est une quantité réelle.

En se rappelant de la formule connue

$$\int_0^{\infty} e^{-(w+k)z} z^{s-1}\,dz = \frac{\Gamma(s)}{(w+k)^s}$$

nous aurons

$$\Gamma(s)\mathfrak{K}(w\,,\,x\,,\,s) = \sum_{k=0}^{\infty}\int_0^{\infty} e^{-wz-k(z-2\pi ix)} z^{s-1}\,dz.$$