ZUR THEORIE DER DIFFERENTIALGLEICHUNG $y' = f(x, y)$.

Von

E. KAMKE

in TÜBINGEN.

In der Literatur über die Theorie der Differentialgleichung[1]

$$(1) \qquad y' = f(x, y)$$

werden die Sätze, die sich auf die Fortsetzbarkeit der Integralkurven bis zum Rande des Richtungsfeldes und auf die Abhängigkeit der Integrale von der Funktion $f(x, y)$ und von den Anfangsbedingungen beziehen, nur unter der Voraussetzung bewiesen, dass neben der Stetigkeit von $f(x, y)$ noch die Lipschitzbedingung gefordert wird.[2] Im Folgenden soll gezeigt werden, wie diese Sätze bei blosser Stetigkeit von $f(x, y)$ und einem beliebigen Gebiet als Definitionsbereich von $f(x, y)$ lauten.

§ 1.

Satz 1: *Es sei $f(x, y)$ in dem Gebiet $\mathfrak{G}$ stetig. Dann kann jede Integralkurve der Differentialgleichung*

$$(1) \qquad y' = f(x, y)$$

bis an den Rand von $\mathfrak{G}$ fortgesetzt werden.

Das soll folgendes besagen: Wenn $y = \varphi(x)$ in dem offenen Intervall[3] (a, b) eine Integralkurve von (1) ist, gibt es ein Intervall (A, B), welches das Intervall (a, b) enthält, und mindestens eine in dem Intervall (A, B) existierende Integral-

---

[1] Es handelt sich hier stets um Differentialgleichungen reeller Funktionen.

[2] Vgl. jedoch Fussnote 7 und 8.

[3] Bei offenen Intervallen wird, falls nichts gegenteiliges gesagt ist, für die untere und obere Grenze stets $-\infty$ bzw. $+\infty$ zugelassen.