L'ARITHMÉTIQUE SUR LES COURBES ALGÉBRIQUES.

Par

ANDRÉ WEIL

à Paris.

Introduction.

La géométrie sur une courbe algébrique a pour objet l'étude des propriétés des points et systèmes de points[1] sur la courbe qui sont invariantes par rapport aux transformations birationnelles. Mais soit C une courbe algébrique donnée par une équation $f(x, y) = 0$ *à coefficients rationnels* (dans un certain domaine de rationalité k): appelons *points rationnels* les points qui sont à coordonnées rationnelles (dans k), et points algébriques ceux qui sont à coordonnées algébriques; appelons *système rationnel* de n points tout système de n points tel que les fonctions symétriques des coordonnées de ces points soient rationnelles, et système algébrique tout système de points algébriques; l'on peut se proposer d'étudier les propriétés des points et systèmes de points rationnels ou algébriques sur la courbe C, et particulièrement celles de ces propriétés qui sont invariantes par rapport aux transformations birationnelles à coefficients rationnels: c'est cette étude qui constitue l'objet de ce que je nomme *l'arithmétique sur la courbe* C. En particulier, la recherche des points rationnels sur une courbe donnée C est évidemment un problème invariant par rapport aux transformations birationnelles à coefficients rationnels, et rentre, à ce titre, dans l'arithmétique sur les courbes algébriques: lorsque le domaine de rationalité se réduit à l'ensemble des nombres rationnels, ce problème n'est autre que celui de la résolution en nombres rationnels des équations diophantiennes à deux variables, ou

[1] Afin de réserver le mot de groupe au sens qu'il a pris depuis Galois, je parlerai toujours de systèmes de points, bien qu'on ait l'habitude en géométrie algébrique de parler de groupes de points sur une courbe.