SUR UN THÉORÈME DE M. HERMITE.

Extrait d'une lettre adressée à M. Ch. Hermite

PAR

E. GOURSAT

À TOULOUSE.

Le théorème sur les intégrales définies affectées de coupures que vous avez démontré dans votre lettre à M. Mittag-Leffler, publiée par le journal de Borchardt, et dans votre cours à la Sorbonne, peut se démontrer facilement par la considération des intégrales curvilignes et l'application du théorème de CAUCHY. Voici en quelques mots la démonstration.

Soient $F(t, z)$, $G(t, z)$ deux fonctions holomorphes des deux variables indéfinies t et z, et t_0, t_1 deux valeurs quelconques, réelles ou imaginaires. Considérons l'intégrale définie $\int_{t_0}^{t_1} \frac{F(t, z)}{G(t, z)} dt$, prise suivant le chemin rectiligne qui joint le point t_0 au point t_1. Cette intégrale a une valeur unique et finie pour tous les points du plan, que je désignerai par $\Phi(z)$, à l'exception de ceux qu'on détermine par la condition $G(t, z) = 0$, en donnant à t les valeurs comprises dans la formule

$$t_0 + \lambda(t_1 - t_0)$$

où λ prend toutes les valeurs réelles de 0 à 1. On détermine ainsi un nombre fini ou infini de portions de courbes ou de courbes complètes pour lesquelles la fonction $\Phi(z)$ cesse d'avoir un sens.