ARKIV FÖR MATEMATIK Band 1 nr 23

Mitgeteilt am 12. April 1950 durch F. CARLSON und J. MALMQUIST

Eine neue Art monotoner Kettenbruchentwicklungen

Von FOLKE RYDE

I

Der Algorithmus der monotonen, nicht-abnehmenden Kettenbrüche.

Wir nennen einen endlichen oder unendlichen Kettenbruch der Form

$$\frac{a_1|}{|s\,a_1} + \frac{a_2|}{|a_2} + \frac{a_3|}{|a_3} + \cdots + \frac{a_m|}{|a_m} + \cdots,$$

wo s; $a_1, a_2, a_3, \ldots a_m, \ldots$ ganze, positive Zahlen sind, einen *monotonen, nicht-abnehmenden Kettenbruch*, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind,

$$a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq \cdots \leqq a_m \leqq \cdots.$$

Wir nennen einen endlichen Kettenbruch der Form

$$\frac{a_1|}{|s\,a_1} + \frac{a_2|}{|a_2} + \frac{a_3|}{|a_3} + \cdots + \frac{a_{m-1}|}{|a_{m-1}} + \frac{a_m|}{|a_m} + \frac{1|}{|1},$$

wo s; $a_1, a_2, a_3, \ldots a_{m-1}, a_m$ ganze positive Zahlen sind, einen *fast-monotonen, nicht-abnehmenden Kettenbruch*, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind,

$$a_1 \leqq a_2 \leqq a_3 \leqq \cdots \leqq a_{m-1} < a_m.$$

Das spezielle Kennzeichen eines fast-monotonen, nicht-abnehmenden Kettenbruches ist mithin, dass der letzte Teilbruch gleich $\frac{1|}{|1}$ ist, während der zweitletzte Teilzähler grösser als der vorhergehende ist. Wenn der Kettenbruch nur zwei Teilbrüche enthält, d. h. der Form $\frac{a_1|}{|s\,a_1} + \frac{1|}{|1}$ ist, nehmen wir an, dass $a_1 > 1$. Wenn der Kettenbruch nur einen Teilbruch enthält, muss er der Form $\frac{1|}{|s}$ sein. Es sei sogleich bemerkt, dass jeder fast-monotone, nicht-abnehmende Kettenbruch in einen endlichen monotonen, nicht-abnehmenden Kettenbruch transformiert werden kann: man hat nur den letzten Teilbruch $\frac{1|}{|1}$ durch $\frac{a_{m+1}|}{|a_{m+1}}$ zu ersetzen, wo a_{m+1} ganz und