ARKIV FÖR MATEMATIK Band 3 nr 23

Mitgeteilt am 14. September 1955 durch T. NAGELL und O. FROSTMAN

Über eine besondere Halbgruppe

Von BENGT STOLT

§ 1. Einleitung

In einer Arbeit von 1926 hat Suschkewitsch eine Halbgruppe behandelt, siehe [1].[1] Sie wird in folgender Weise definiert:

Es sei eine Menge (Komplex) von Elementen gegeben; ausserdem sei auch eine Verknüpfungsart (Operation) dieser Elemente definiert, mittelst der zwei beliebige (in bestimmter Ordnung genommene) Elemente miteinander komponiert werden können, so dass sich ein bestimmtes Element als Resultat („Produkt") dieser Komposition herausstellt. Diese Elementenmenge insgesamt mit der Operation soll nun folgenden Grundpostulaten unterliegen:

I. Die Operation ist eindeutig und unbeschränkt anwendbar.

II. Es gilt für sie das assoziative Gesetz.

III. Die Menge enthält nur eine endliche Anzahl von Elementen.

IV$_l$. Es gilt das linke Gesetz der eindeutigen (also nach III auch der unbeschränkten) Umkehrbarkeit, d.h.: Aus der Gleichung $BA = CA$ folgt $B = C$. ([1], S. 32–33.)

Das obige System wird „eine endliche Gruppe ohne das Gesetz der eindeutigen Umkehrbarkeit" genannt, und ihre Eigenschaften werden eingehend studiert.

In 1946 hat Prachar eine Halbgruppe studiert; siehe [2]. Er geht von der folgenden Definition einer Gruppe aus:

Eine Gruppe ist eine Menge G von Elementen, welche folgende Forderungen erfüllt:

1. Zu jedem geordneten Elementepaar $a \subset G$, $b \subset G$ existiert ein eindeutig bestimmtes drittes Element $c \subset G$, welches das Produkt von a und b heisst und mit ab bezeichnet wird.

2. Das in 1. definierte Produkt ist assoziativ: für $a \subset G$, $b \subset G$, $c \subset G$ gilt

$$a(bc) = (ab)c.$$

3. Es existiert mindestens ein Element e, so dass gilt:

$$ea = a$$

für alle $a \subset G$.

4. Zu jedem $a \subset G$ existiert mindestens ein Element a^{-1}, für das die Gleichung

$$a^{-1}a = e$$

besteht.

[1] Die Zahlen in eckigen Klammern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Schluss dieser Arbeit.