ARKIV FÖR MATEMATIK Band 3 nr 5

Communicated 14 October 1953 by T. NAGELL and OTTO FROSTMAN

Weitere Untersuchungen zur Gruppenaxiomatik

Von BENGT STOLT

§ 1. Einleitung

In meiner Dissertation[1] habe ich nebst vollständigen und unvollständigen Axiomensysteme auch einige unbestimmte Systeme aufgestellt. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist u. a. die Vollständigkeit von noch vier Systemen zu zeigen. Es wird auch gezeigt, dass die hergeleiteten Systeme irreduzibel sind.

Weiter zeige ich, wie es möglich ist, durch Einführung zweier neuen Axiome vollständige Systeme herzuleiten, die weniger Axiome als die in der Dissertation hergeleiteten Systeme enthalten.

Für Bezeichnungen und Hilfssätze wird an die eben angeführte Dissertation verwiesen. Es wird hervorgehoben, dass, wenn eines der Axiome $l\varepsilon.J$, $lv.J$, $r\varepsilon.J$ und $rv.J$ besteht, es zwei Elemente c und d gibt, die eine gewisse Verknüpfung erfüllen. Wenn mehrere von diesen Axiomen bestehen, werden wir annehmen, dass c und d in allen Verknüpfungen dieselben sind.

§ 2. Das System A, E, U, $lE.i$, $lU.i$, $r\varepsilon.i$, $rv.i$

In diesem Abschnitt wollen wir den folgenden Satz beweisen.

Satz 1. *Das System A, E. U, $lE.i$, $lU.i$, $r\varepsilon.i$, $rv.i$ ist vollständig.*

Beweis: Der Annahme zufolge existiert ein d mit $lE.i$, $lU.i$, $r\varepsilon.i$ und $rv.i$. Wegen Hilfssatz 2 im Abschnitt II bestehen $ed=d$ und $de=d$, wo e ein Element mit $lE.I$ und $lU.I$ ist.

Zunächst werden wir zeigen, dass e auch die Eigenschaften $r\varepsilon.I$ und $rv.I$ hat. Wegen $r\varepsilon.i$ und $rv.i$ gibt es zu d und einem gewissen c genau ein h' mit $ch'=d$, und wegen $lE.I$ und $lU.I$ bestehen $c'c=e$ und $c_\alpha c'=e$. Nun bilden wir

$$(ec)h'=e(ch')=ed=d,$$

woraus nach $lU.i$ $ec=c$ folgt. Ferner erhalten wir

$$(c'e)c=c'(ec)=c'c=e$$

und

$$(ec')c=e(c'c)=ee=e,$$

[1] STOLT, B.: Über Axiomensysteme, die eine abstrakte Gruppe bestimmen. Uppsala 1953.