EINIGE EINDEUTIGKEITSSÄTZE IN DER THEORIE DER MEROMORPHEN FUNKTIONEN.

VON

ROLF NEVANLINNA

in HELSINGFORS.

Einleitung.

Aus neueren Untersuchungen über die Wertverteilung analytischer Funktionen, welche in der Umgebung einer isolierten, wesentlich singulären Stelle $x=x_0$ eindeutig und meromorph sind, ist hervorgegangen, dass die asymptotischen Eigenschaften einer derartigen Funktion $f(x)$ mit erheblicher Genauigkeit bestimmt sind, wenn die Verteilungen *dreierlei* Stellen der Funktion in der Umgebung des singulären Punktes bekannt sind; so führt z. B. die Angabe der Dichtigkeiten, mit welchen die Wurzeln der Gleichung $f(x)=z$ für drei verschiedene Werte z in der Umgebung von x_0 auftreten, zu ziemlich scharfen Aussagen über die Wurzeldichtigkeit für sämtliche übrigen Werte z. Andererseits zeigt eine einfache Betrachtung, dass die Wurzeln für drei Werte z noch nicht genügen um die bebetreffende Funktion *eindeutig* zu bestimmen; man kann Fälle angeben, wo sogar unendlich viele verschiedene Funktionen existieren, welche dreierlei Stellen gemeinsam haben. Was lässt sich nun allgemein über zwei analytische Funktionen aussagen, welche in der Umgebung einer singulären Stelle mehrere Werte z in genau denselben Punkten annehmen?[1] In der vorliegenden Arbeit werden einige Beiträge zu dieser Frage gegeben.

---

[1] Diese Ausdrucksweise benutzen wir im folgenden auch dann, wenn die Funktionen den betreffenden Wert z überhaupt nicht annehmen, was nach dem Picardschen Satz höchstens für *zwei* Werte z möglich ist.