BEMERKUNG ÜBER DIE INTEGRALDARSTELLUNG DER RIEMANNSCHEN ξ-FUNKTION.

VON

G. PÓLYA

in ZÜRICH.

Die Riemannsche ξ-Funktion, definiert durch die Formel

$$\xi(iz)=\frac{1}{2}\left(z^2-\frac{1}{4}\right)\pi^{-\frac{z}{2}-\frac{1}{4}}\Gamma\left(\frac{z}{2}+\frac{1}{4}\right)\zeta\left(\frac{1}{2}+z\right), \tag{1}$$

wurde von Riemann selbst durch ein unendliches trigonometrisches Integral dargestellt. Es ist[1]

$$\xi(z)=2\int_0^\infty \Phi(u)\cos zu\,du \tag{2}$$

$$\Phi(u)=2\pi e^{\frac{5u}{2}}\sum_{n=1}^{\infty}(2\pi e^{2u}n^2-3)\,n^2 e^{-n^2\pi e^{2u}}. \tag{3}$$

Es ist offenbar

$$\Phi(u)\sim 4\pi^2 e^{\frac{9u}{2}-\pi e^{2u}} \qquad \text{für } u\to+\infty. \tag{4}$$

Ferner ist (vgl. unter 4) $\Phi(u)$ eine gerade Funktion. Folglich gilt

$$\Phi(u) \quad 4\pi^2\left(e^{\frac{9u}{2}}+e^{-\frac{9u}{2}}\right)e^{-\pi(e^{2u}+e^{-2u})} \qquad \text{für } u\to\pm\infty. \tag{5}$$

[1] B. RIEMANN, Werke (1876), S. 138.

39—25389. *Acta mathematica.* 48. Imprimé le 1 mars 1926.