

SUR LA RÉOLUTION DE L'ÉQUATION FONCTIONNELLE

$$\sum h_v \varphi(x + \alpha_v) = f(x)$$

À COEFFICIENTS CONSTANTS.

PAR

S. PINCHERLE

à BOLOGNE.¹

Le présent travail a, comme objet principal, la résolution de l'équation fonctionnelle

$$(1) \quad \sum_{v=1}^m h_v \varphi(x + \alpha_v) = f(x)$$

par rapport à la fonction inconnue $\varphi(x)$. À cette question s'en rattachent d'autres, comme la résolution d'équations fonctionnelles analogues à (1), l'étude de certaines classes de fonctions qui se présentent dans cette résolution, l'examen de certains problèmes fonctionnels qui ont un lien étroit avec l'équation (1). Dans ce mémoire on examinera le cas où les coefficients h_v de l'équation (1) sont des quantités constantes, tandis que je me propose de traiter, dans un autre travail, la même équation dans l'hypothèse où les h_v sont des fonctions rationnelles de x .²

¹ C'est en lui offrant cette traduction d'un ancien Mémoire, publié en 1888 (Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, S. IV, T. IX, p. 45—71) que je me permets de rendre hommage à l'illustre fondateur des Acta. Ce mémoire, qui a passé à peu près inaperçu, renferme les germes d'une théorie qui, retrouvée et développée quelques années plus tard, a pris dans l'Analyse une place remarquable. J'ai tenu à donner la traduction de la façon la plus littéraire, pour conserver à ce travail son caractère d'authenticité, même là où il présente quelque imperfection de forme et où l'usage d'un langage plus moderne aurait pu rendre la rédaction plus agile. (t)

² Cette question se trouve traitée dans le même volume des Mémoires de l'Académie de Bologne, p. 181—204. (t)

N. B. Les notes marquées d'un (t) ne se trouvent pas dans le Mémoire original.