ÜBER EINE VERALLGEMEINERUNG DER FOURIERSCHEN INTEGRALFORMEL.

VON

HANS HAHN

in WIEN.

Im Folgenden soll das Fouriersche Integraltheorem in einer Gestalt bewiesen werden, die infolge Heranziehung von Stieltjesintegralen den Geltungsbereich dieses Theorems beträchtlich erweitert. Es fallen z. B. in ihren Geltungsbereich alle Funktionen, die an der betrachteten Stelle x_0 in die Fourierreihe entwickelbar sind, und im Unendlichen eine der folgenden Bedingungen erfüllen: 1) es ist $\left|\frac{f(x)}{x}\right|$ im Unendlichen integrierbar; 2) $f(x)$ ist das Produkt einer periodischen Funktion und einer Funktion, die im Unendlichen beschränkt und monoton ist; 3) $[f(x)]^2$ ist im Unendlichen integrierbar.[1] Zum Falle 2) gehören insbesondere alle an der Stelle x_0 in die Fourierreihe entwickelbaren periodischen Funktionen, und für diese reduziert sich unsere Formel einfach auf die Fourierreihe, die so als Stieltjessches Fourierintegral erscheint. In den Fällen, in denen $f(x)$ durch die klassische Fouriersche Integralformel darstellbar ist, reduziert sich unsere Formel auf diese, und gestattet so zugleich, nicht nur die wichtigsten Bedingungen für die Giltigkeit der klassischen Fourierschen Integralformel[2] einfach und durchsichtig zu begründen, sondern auch neue, sehr allgemeine Bedingungen für die Giltigkeit dieser Formel aufzustellen. An andrer Stelle hoffe

---

[1] Dieser Teil unsrer Untersuchungen berührt sich enge mit Untersuchungen von M. PLANCHEREL, Rend. Pal. 30 (1910), S. 289, Math. Ann. 74 (1913), S. 573; Math. Ann. 76 (1915), S. 315.

[2] Etwa die von A. PRINGSHEIM angegebenen: Math. Ann. 68 (1910), S. 367; Math. Ann. 71 (1911), S. 289.