

# SUR LA RECHERCHE DES FONCTIONS PRIMITIVES.

PAR

HENRI LEBESGUE

À PARIS.

1. Le problème de la recherche des fonctions primitives pouvait être considéré comme entièrement résolu à l'époque où l'on ne s'occupait que de fonctions continues; il était alors identique à celui de la recherche des intégrales indéfinies. Mais, à mesure que des classes de plus en plus vastes de fonctions discontinues étaient considérées, ces deux problèmes auraient du être étudiés à nouveau. Or, il est bien remarquable que, tandis que la généralisation de la notion d'intégrale retenait l'attention de tant de mathématiciens, la recherche des fonctions primitives ait été si complètement négligée que, par exemple, Riemann ne se demande même pas quel progrès la définition qu'il donne pour l'intégrale permet de faire dans la recherche des fonctions primitives. Et c'est seulement en 1881 que M. Volterra montra, par un exemple, que l'intégration riemannienne ne permettait pas la recherche des fonctions primitives pour toutes les fonctions dérivées bornées.

Depuis, pour ces fonctions, l'intégration des fonctions sommables a fourni les fonctions primitives. Mais la recherche des fonctions primitives des dérivées non bornées exigeait encore d'autres procédés. En 1912, M. A. Denjoy a fait connaître une opération qu'il a appelée la totalisation et qui permet de trouver la fonction primitive de toute fonction dérivée. La totalisation permet même de trouver une fonction connaissant non plus sa dérivée en tout point, mais simplement un nombre dérivé en tout point.

Ces beaux résultats ne sont pas encore assez connus, je me propose seulement ici d'aider à les répandre.

La totalisation est un procédé opératoire transfini appliqué à partir de la notion d'intégrale de fonction sommable. Il est bien certain, et bien connu,