SUR LA FONCTION GAMMA GÉNÉRALISÉE.

Par

L. BENDERSKY

à TILFF (BELGIQUE).

1. Introduction.

Considérons le produit

$$\text{(a)} \qquad 1^{1^k} \cdot 2^{2^k} \cdot 3^{3^k} \cdots x^{x^k}.$$

où $k = 0, 1, 2, 3, \ldots$

Evaluons le logarithme de ce produit au moyen de la formule sommatoire d'Euler et Maclaurin

$$\text{(b)} \qquad \sum_{x=1}^{x} f(x) = \int_1^x f(x)\,dx - B_1[f(1) + f(x)] + \frac{B_2}{2!}[f'(x) - f'(1)] + \frac{B_4}{4!}[f'''(x) - f'''(1)] + \cdots$$

où les cofficients B sont les nombres de Bernoulli:

$$(1) \qquad \begin{cases} B_1 = -\frac{1}{2};\ B_{2n+1} = 0 \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \\ B_2 = \frac{1}{6};\ B_4 = -\frac{1}{30};\ B_6 = \frac{1}{42};\ B_8 = -\frac{1}{30}; \\ B_{10} = \frac{5}{66};\ B_{12} = -\frac{691}{2730};\ B_{14} = \frac{7}{6};\ B_{16} = -\frac{3617}{510}; \\ B_{18} = \frac{43867}{798};\ B_{20} = -\frac{174611}{330};\ \ldots\ldots\ldots \end{cases}$$