KONVEXE LÖSUNG DER FUNKTIONALGLEICHUNG $1/f(x+1) = xf(x)$.

VON

ANTON E. MAYER

in WIEN.

Bei einer geometrischen Anwendung[1] der Funktion

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{x}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{x+1}{2}\right)}$$

wurde ich gewahr, dass diese übrigens nicht unbekannte Funktion[2] logarithmisch konvex ist und dass sie merkwürdigerweise schon durch die Konvexität weitgehend charakterisiert wird. Wir können nämlich zeigen: Die in der Überschrift verlangten Eigenschaften sind bloss bei der Funktion $F(x)$ vereint (§ 1). Anschliessend soll die Analogie zur Haupt-Funktionalgleichung der Gammafunktion beleuchtet werden (§ 2).

Der Einfachheit halber setzen wir für die hier zu betrachtenden reellen Funktionen stets voraus, dass die Variable $x > 0$ sei.

---

[1] A. E. MAYER, Grösste Polygone mit gegebenen Seitenvektoren, Commentarii mathem. helvetici **10** (1938), S. 288—301.

[2] N. NIELSEN, Handbuch der Theorie der Gammafunktion, Leipzig 1906, untersucht an mehreren Stellen, besonders S. 44, 45, die Funktionen $B\left(\frac{x}{2}, \frac{1}{2}\right) = \sqrt{2\pi}\, F(x)$ und $B\left(\frac{x+1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

N. E. NÖRLUND, Vorlesungen über Differenzenrechnung, Berlin 1924, S. 115—118, behandelt eingehend $1/F(x)$.

Vgl. auch E. T. WHITTAKER u. G. N. WATSON, A course of modern analysis, 4. Aufl., Cambridge 1927, S. 259, Beispiel 8.

8—38333. *Acta mathematica.* 70. Imprimé le 29 novembre 1938.