ZUR THEORIE DER KUBISCHEN IRRATIONALITÄTEN.

VON

TRYGVE NAGELL

in OSLO.

Einleitung.

1. Während diejenigen Resultate über quadratische Zahlkörper, die nicht in der allgemeinen Körpertheorie beliebigen Grades enthalten sind, eine sehr umfassende, abgeschlossene Theorie bilden, sind unsere Kenntnisse über die spezielle Arithmetik der kubischen Körper noch unvollständig und zufällig. Dies liegt natürlich daran, dass wir die Natur der kubischen Irrationalzahlen sehr ungenügend kennen. Wir wissen noch zu wenig über das Verhalten der Teilnenner in der regulären Kettenbruchentwicklung einer reellen kubischen oder höheren Irrationalität und über die damit in nächster Zusammenhang stehende Frage nach der Genauigkeit, mit welcher man eine reelle algebraische Zahl durch rationale Zahlen annähern kann. Der wichtigste Beitrag zu dieser Frage verdankt man bekanntlich Axel Thue und C. Siegel[1]; für den speziellen Fall einer kubischen Irrationalität ξ gilt der folgende Satz:

Die Ungleichung

$$\left|\xi - \frac{x}{y}\right| < \frac{1}{|y|^{\mu}} \tag{1}$$

hat nur endlich viele Lösungen in ganzen (rationalen) Zahlen x und y, wenn $\mu > \frac{5}{2}$ ist.

Andererseits hat diese Ungleichung bekanntlich unendlich viele Lösungen, wenn $\mu = 2$ ist[2], und es entsteht so die Aufgabe den kleinsten Wert ν zu be-

[1] Siehe z. B. E. LANDAU, Vorlesungen über Zahlentheorie, Bd. III, S. 37 (Leipzig 1927).

[2] Siehe MINKOWSKI 1, S. 3. (Das Literaturverzeichnis befindet sich am Ende der Abhandlung.)

5—29764. *Acta mathematica*. 55. Imprimé le 17 décembre 1929.