

CONTRIBUTION À LA THÉORIE DU PROLONGEMENT ANALYTIQUE DES SÉRIES DE DIRICHLET.

PAR

S. MANDELBROJT

à LILLE.

Introduction.

§ 1. — La recherche des singularités d'une série de Dirichlet est essentiellement plus difficile que celle des singularités d'une série de Taylor.

Dans les séries de Taylor les puissances étant entières il est infiniment difficile de se rendre compte de la vraie forme sous laquelle doivent intervenir des combinaisons des exposants et des coefficients d'une série de Dirichlet quand il s'agit de passer des séries de Taylor aux séries de Dirichlet générales: ainsi par exemple si un théorème concerne des séries de Taylor (ceux concernant les séries lacunaires mises à part) il est difficile de prévoir si la différence des exposants successifs doit intervenir dans le théorème général concernant les séries de Dirichlet et à quel moment.

Remarquons aussi que théoriquement parmi les théorèmes concernant les singularités des séries de Taylor doivent être considérés comme les plus importants ceux qui permettent de donner dans leur ensemble d'une part des conditions pour qu'un point fixe soit singulier (Wigert-Leau-Faber), d'autre part des lois permettant de passer de ces cas simples aux cas plus compliqués par des opérations sur les coefficients entraînant des opérations simples sur les singularités (Opération de M. Hadamard, Opération de Hurwitz), et enfin ceux donnant des relations entre les coefficients d'une série de Taylor et la *nature* des singularités (théorème de M. Hadamard sur les séries de Taylor représentant les fonctions méromorphes).