SUR LE CALCUL APPROCHÉ DES INTÉGRALES DÉFINIES.

PAR

RENÉ LAGRANGE

à DIJON.

Introduction.

La formule sommatoire d'Euler-Maclaurin est susceptible de deux applications essentielles et distinctes, qui sont le calcul approché d'une intégrale définie et la recherche, dans le calcul aux différences finies, de la somme d'une fonction. Ce n'est que dans ce second problème qu'intervient la propriété traduite par l'identité[1]

$$\triangle B_n(x) = \frac{x^{n-1}}{(n-1)!},$$

tandis que, dans la formule sommatoire, ce sont les formules

$$\frac{d\,B_n(x)}{dx} = B_{n-1}(x),$$

$$B_n(1) = B_n(0) = B_n = (-1)^n B_n$$

dont on a à tenir compte[2]. En particulier, le fait que les nombres de Bernoulli d'indice impair > 1 sont nuls est essentiel.

Or ces propriétés subsistent lorsqu'on multiplie la suite des polynômes de Bernoulli par une suite constante limitée

$$[\lambda_m]: \quad \lambda_{m,0}, 0, \lambda_{m,2}, 0, \ldots \lambda_{m,2k-2}, 0, \lambda_{m,2k}, 0 \ldots \qquad \lambda_{m,2k} = 0 \text{ pour } 2k > m.$$

---

[1] Cela suppose qu'on désigne par $B_n(x)$ ce que la plupart des auteurs désignent par $\frac{B_n(x)}{n!}$.

[2] Par exemple, cf. N. E. Nörlund: «Sur la «Somme» d'une fonction», p. 1—6 (Mémorial des Sc. Math. fasc. XXIV).