ÜBER EINEN ASYMPTOTISCHEN AUSDRUCK.

Von

OTTO HÖLDER

in Leipzig.

Es sei mit $\varrho(n)$ die Anzahl der verschiedenen Primzahlen bezeichnet, aus denen die natürliche Zahl n sich aufbaut, so dass also

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_{\varrho(n)}^{\alpha_{\varrho(n)}}$$

und $\varrho(1) = 0$ ist. Ich werde beweisen, dass die summatorische Funktion

$$\sum_{n \leq x} 2^{\varrho(n)} \tag{1}$$

für grosse x asymptotisch dargestellt werden kann.

Man kann die hiermit gestellte Aufgabe auch als ein Teilerproblem auffassen. Bestimmt man nämlich die *quadratfreien* Teiler der Zahl n, so kann man jede der verschiedenen Primzahlen $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_{\varrho(n)}$ in einen solchen Teiler entweder einmal oder gar nicht aufnehmen, so dass sich $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2 = 2^{\varrho(n)}$ verschiedene quadratfreie Teiler ergeben. Unsere Aufgabe ist also analog dem von Dirichlet gelösten Teilerproblem. Bekanntlich hat Dirichlet, falls unter $t(n)$ die Anzahl *aller* Teiler der Zahl n verstanden wird, die summatorische Funktion

$$\sum_{n \leq x} t(n) = \sum_{(n)} \left[\frac{x}{n}\right]^{1} \tag{2}$$

[1] $[\xi]$ soll in bekannter Weise die grösste in ξ enthaltene ganze Zahl vorstellen, und die Summe ist soweit zu führen, bis die Glieder von selbst gleich Null werden.

12—3298. *Acta mathematica.* 59. Imprimé le 3 mai 1932.