

# SUR UNE APPLICATION DU CONTINGENT À LA THÉORIE DE LA MESURE.

PAR

GEORGES BOULIGAND

à POITIERS.

Les beaux résultats établis par M. Georges Durand dans l'article qui précède, m'ont suggéré le théorème suivant: *soit, dans l'espace euclidien, à trois dimensions par exemple, un ensemble ponctuel  $E$ , dont le contingent en chaque point  $P$ , laisse échapper au moins une demi-droite  $PT$  (ce qui implique l'abandon de tout un pinceau conique solide entourant  $PT$ ): je dis qu'un tel ensemble  $E$  est de mesure (cubique) nulle.*

Puisque la réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles de mesure nulle est aussi de mesure nulle, il suffit d'établir le théorème pour un ensemble  $E$  borné, tel qu'en chaque point, le contingent abandonne tout un demi-cône de révolution (solide) de demi-angle au sommet  $\geq \alpha$ . Considérons donc ce cas.

A chaque point  $P$  de  $E$ , je puis faire correspondre une longueur  $\varepsilon_P$  telle qu'il existe un cône circulaire droit de sommet  $P$ , d'apothème  $\varepsilon_P$  et de demi-angle au sommet  $\frac{\alpha}{2}$  ne contenant à son intérieur aucun point de  $E$ . De  $P$  comme centre, décrivons les sphères de rayons

$$\varepsilon_P, \frac{\varepsilon_P}{2}, \dots, \frac{\varepsilon_P}{n}, \dots$$

D'après le théorème de Vitali<sup>1</sup>, on peut trouver une suite  $\{P_i\}$  de points de  $E$  et une suite associée d'entiers  $a_i$ , telles que les sphères successives dont l'une

---

<sup>1</sup> Caratheodory: Vorlesungen über reellen Funktionen, 2. Auflage, p. 299 et suivantes.