

SUR UNE APPLICATION DU CONTINGENT À LA THÉORIE DE LA MESURE.

PAR

GEORGES BOULIGAND

à POITIERS.

Les beaux résultats établis par M. Georges Durand dans l'article qui précède, m'ont suggéré le théorème suivant: *soit, dans l'espace euclidien, à trois dimensions par exemple, un ensemble ponctuel E , dont le contingent en chaque point P , laisse échapper au moins une demi-droite PT (ce qui implique l'abandon de tout un pinceau conique solide entourant PT): je dis qu'un tel ensemble E est de mesure (cubique) nulle.*

Puisque la réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles de mesure nulle est aussi de mesure nulle, il suffit d'établir le théorème pour un ensemble E borné, tel qu'en chaque point, le contingent abandonne tout un demi-cône de révolution (solide) de demi-angle au sommet $\geq \alpha$. Considérons donc ce cas.

A chaque point P de E , je puis faire correspondre une longueur ε_P telle qu'il existe un cône circulaire droit de sommet P , d'apothème ε_P et de demi-angle au sommet $\frac{\alpha}{2}$ ne contenant à son intérieur aucun point de E . De P comme centre, décrivons les sphères de rayons

$$\varepsilon_P, \frac{\varepsilon_P}{2}, \dots, \frac{\varepsilon_P}{n}, \dots$$

D'après le théorème de Vitali¹, on peut trouver une suite $\{P_i\}$ de points de E et une suite associée d'entiers a_i , telles que les sphères successives dont l'une

¹ Caratheodory: Vorlesungen über reellen Funktionen, 2. Auflage, p. 299 et suivantes.