DER SATZ VON LOOMAN-MENCHOFF UND SEINE AUSDEHNUNG AUF DEN n-DIMENSIONALEN EUKLIDISCHEN RAUM R_n.

VON

ERNST MOHR

Technische Universität, Berlin

§ 1. Vorbereitungen, Formulierung der Sätze und Beweisanordnung

Punkte des n-dimensionalen euklidischen Raumes mit den Koordinaten $x_1, x_2, \ldots, x_n$ bezeichnen wir oft durch $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{x}_0, \ldots$. A, B, E bedeuten Punktmengen im R_n; $A \subseteq B$ bzw. $A \subset B$ haben die bekannte Bedeutung, ebenso die Zeichen $\cup$ und $\cap$ für Vereinung und Durchschnitt; $A - B$ bedeutet die Differenz der Mengen A und B; $\emptyset$ ist stets die leere Menge. Ist E beschränkt und meßbar, so bedeutet mE das Maß von E. $\mathfrak{N}$ bedeutet stets eine Menge vom Maß Null: $m\mathfrak{N} = 0$; ist $\mathfrak{N}$ in einem echten Unterraum $R_p (0 < p < n)$ von R_n enthalten, und dort vom Maß 0, so schreiben wir deutlicher $m^p \mathfrak{N} = 0$. $G, G_1, \ldots$ bedeuten stets offene Mengen, $F, F_1, \ldots$ stets Mengen, die abgeschlossen bzw. relativ zu einer offenen Menge abgeschlossen sind. I bedeutet ein Intervall: $a_\nu < x_\nu < b_\nu$ $(\nu = 1, 2, \ldots, n)$, $\bar{I}$ die Abschließung, I' den Rand; analoge Bezeichnungen werden für ein Quadrat $(Q, \overline{Q}, Q')$, Rechteck oder Würfel benutzt, von denen stets angenommen wird, daß ihre Kanten parallel zu den (festen) Koordinatenachsen sind. $\mathfrak{A}$ bedeutet bis zum Lemma 3.4. einschliesslich eine höchstens abzählbare Menge.

Funktion bedeutet stets eine endliche Funktion. Ist die Funktion

$$f = f(\mathfrak{x}) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

n der offenen Menge G definiert, so bedeutet $f \in C^0$, daß f dort stetig ist, ebenso $f \in C^1$, daß die partiellen Ableitungen $\partial f / \partial x_\nu$ $(\nu = 1, 2, \ldots, n)$ existieren und stetig sind, $\ldots$. Existieren von einer Funktion $f = f(\mathfrak{x})$, definiert in G, lediglich die ersten Ableitungen, so schreiben wir:

$$\exists\, \partial f / \partial x_\nu \;\; (\nu = 1, \ldots, n) \text{ in } G.$$