ÜBER VOLLSTETIGE LINEARE TRANSFORMATIONEN.

Von

T. H. HILDEBRANDT

in ANN ARBOR, MICHIGAN, U. S. A.

In seiner Abhandlung »Über lineare Funktionalgleichungen» (Acta Mathematica 41 (1916) S. 71—98) hat Friedrich Riesz eine elegante und allgemeine Methode zur Behandlung der linearen Integralgleichungen entwickelt. Es gelingt ihm, die Haupteigenschaften dieser Gleichungen aus der Betrachtung der charakteristischen Eigenschaften allgemeineren Funktionaltransformationen und Funktionalräume herzuleiten. Den Beweis des Satzes jedoch, dass die Anzahl der Lösungen für die homogene Fredholmsche Integralgleichung und für die transponierte oder adjungierte Gleichung dieselbe ist, zieht er nicht aus allgemeinen Überlegungen, sondern bedient sich der expliziten Integralgestalt der Transformation. Es ist nun Zweck dieser Arbeit, eine Herleitung dieses Satzes lediglich aus den Eigenschaften der Transformation durchzuführen, ohne deren Integralgestalt zu benützen. Dabei legen wir statt des Raumes der stetigen Funktionen einen allgemeineren Funktionalraum zu Grunde. Andeutungen über die Möglichkeit einer solchen Ausdehnung finden sich schon am Anfang der Abhandlung von Riesz.

Wir nehmen an, dass ein allgemeiner Raum $\mathfrak{F}$, aus Elementen f (oder g, h) bestehend, gegeben ist.[1] Von dem Raum wird gefordert dass zwischen seinen Elementen eine kommutative und assoziative Additionsoperation besteht. Ferner sei eine Multiplikation der Elemente von $\mathfrak{F}$ mit reellen oder komplexen Konstanten erklärt, und diese Operation genüge den üblichen kommutativen, assoziativen und distributiven Gesetzen. Schliesslich soll es eine mit o bezeichnete Nullfunktion oder ein Nullelement geben, welches der Bedingung

[1] Man vergleiche z. B. S. BANACH, Fund. Math. 3 (1922) S. 134—136; N. WIENER, Bull. Soc. Math. France 50 (1922) S. 123.