ÜBER DIE NULLSTELLEN DER RIEMANNSCHEN ZETAFUNKTION.

Von

R. J. BACKLUND

in HELSINGFORS.

§ 1. Einleitung.

1. Die RIEMANN'sche Funktion $\zeta(s)$ ist bekanntlich eine in der ganzen Ebene der komplexen Variable $s = \sigma + it$, mit Ausnahme des Poles $s = 1$, reguläre analytische Funktion. In der Halbebene $\sigma > 1$ wird sie durch die DIRICHLET'sche Reihe

$$(1) \qquad \zeta(s) = \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^s}$$

sowie durch das unendliche Produkt

$$(2) \qquad \zeta(s) = \prod_p \frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}},$$

wo p alle Primzahlen durchläuft, dargestellt. Die Funktion genügt weiter der Funktionalgleichung

$$(3) \qquad \zeta(1-s) = 2(2\pi)^{-s} \cos\frac{\pi s}{2} \Gamma(s) \zeta(s),$$

durch welche ihre Werte in zwei Punkten, die symmetrisch zum Punkte $s = \frac{1}{2}$ liegen, mit einander verbunden werden. Wenn

$$(4) \qquad \chi(s) = \pi^{-\frac{s}{2}} \Gamma\left(\frac{s}{2}\right) \zeta(s)$$