

ÜBER LINEARE FUNKTIONALGLEICHUNGEN.

VON

FRIEDRICH RIESZ

in KOLOZSVÁR.

Die vorliegende Arbeit behandelt das Umkehrproblem für eine gewisse Klasse von linearen Transformationen stetiger Funktionen, nebst Anwendung auf die FREDHOLM'sche Integralgleichung. Dabei kommt es uns weniger auf neue Resultate an, als auf die Erprobung einer äusserst elementaren Methode. Zu Grunde gelegt werden einige in § 1. entwickelte Sätze über lineare Funktionalmannigfaltigkeiten, die fast unmittelbar aus der Definition der gleichmässigen Konvergenz fliessen. Die wesentlichsten Beweise sind eine Art von Endlichkeitsbeweisen, indem nämlich gezeigt wird, dass gewisse Prozesse sich nicht ins Unendliche fortsetzen lassen, sondern notwendig abbrechen. Der wichtigste Begriff, der hiebei zur Verwendung kommt, ist der von Herrn FRÉCHET in die allgemeine Mengenlehre eingeführte Begriff der kompakten Menge (hier spezieller kompakte Folge), der sich in verschiedenen Zweigen der Analysis ganz besonders bewährt hat. Dieser Begriff gestattet eine besonders einfache und glückliche Formulierung der Definition der vollstetigen Transformation, die im wesentlichen einer ähnlichen Begriffsbildung von Herrn HILBERT für Funktionen von unendlich vielen Veränderlichen nachgebildet ist.

Die in der Arbeit gemachte Einschränkung auf stetige Funktionen ist nicht von Belang. Der in den neueren Untersuchungen über diverse Funktionalräume bewanderte Leser wird die allgemeinere Verwendbarkeit der Methode sofort erkennen; er wird auch bemerken, dass gewisse unter diesen, so die Gesamtheit der quadratisch integrierbaren Funktionen und der HILBERT'sche Raum von unendlich vielen Dimensionen noch Vereinfachungen gestatten, während der hier behandelte scheinbar einfachere Fall als Prüfstein für die allgemeine Verwendbarkeit betrachtet werden darf.