SUR LES FONCTIONS A UN NOMBRE FINI DE BRANCHES DÉFINIES PAR LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE.

PAR

J. MALMQUIST

à STOCKHOLM.

Les fonctions analytiques les plus simples sont les fonctions uniformes et les fonctions à un nombre fini de déterminations. Les fonctions les plus importantes de cette classe satisfont à des équations différentielles algébriques de forme simple. Il est donc naturel de se poser la question d'étudier toutes les fonctions de la classe considérée que l'on peut rencontrer par l'intégration d'équations différentielles algébriques, et en particulier le problème suivant:

Étudier les propriétés des intégrales d'une équation différentielle algébrique quand chaque intégrale est une fonction à n déterminations au plus.

BRIOT et BOUQUET ont étudié ce problème pour une équation différentielle du premier ordre de la forme

$$F\left(\frac{dy}{dx}, y\right) = 0,$$

F étant une fonction entière et rationnelle de $\frac{dy}{dx}$ et de y, mais ne contenant pas x,[1] et ils ont montré que, sous la condition posée, y doit être ou bien une fonction algébrique de x, ou bien une fontion algébrique de e^{gx}, ou bien une fonction algébrique de $p(gx), g$ étant une constante.

C'est M. PAINLEVÉ qui a abordé le problème pour une équation différentielle du premier ordre sans faire aucune supposition sur la forme de l'équation.[2] Les méthodes qu'il a proposées pour la solution du problème consistent à l'étude de l'intégrale générale comme fonction des valeurs initiales, et il vient facilement

[1] BRIOT et BOUQUET, *Intégrations des équations différentielles au moyen des fonctions elliptiques* (Journal de l'École Polytechnique, t. XXI).

[2] PAINLEVÉ, *Leçons de Stockholm*, et *Note sur les équations différentielles du premier ordre dont l'intégrale générale n'a qu'un nombre fini de branches*, publiée dans le livre de M. BOUTROUX, *Leçons sur les fonctions définies par les équations différentielles du premier ordre* (Collection de monographies sur la théorie des fontions publiée sous la direction de M. ÉMILE BOREL).