SUR UNE CLASSE D'ÉQUATIONS FONCTIONNELLES

PAR

IVAR FREDHOLM

à STOCKHOLM.

Dans quelques travaux[1] ABEL s'est occupé avec le problème de déterminer une fonction $\varphi(x)$ de manière qu'elle satisfasse à l'équation fonctionnelle

$$\int f(x, y)\varphi(y)dy = \psi(x) \tag{a}$$

$f(x, y)$ et $\psi(x)$ étant des fonctions données. ABEL a résolu quelques cas particuliers de cette équation fonctionnelle dont il paraît avoir reconnu le premier l'importance. C'est pour cela que je propose d'appeler l'équation fonctionnelle (a) une *équation fonctionnelle abélienne.*

Dans cette note je ne m'occupe pas en premier lieu de l'équation abélienne mais de l'équation fonctionnelle

$$\varphi(x) + \int_0^1 f(x, y)\varphi(y)dy = \psi(x), \tag{b}$$

qui est étroitement liée à l'équation abélienne.

En effet, si on introduit au lieu de $f(x, y)$ et $\psi(x)$, $\frac{1}{\lambda} f(x, y)$ et $\frac{1}{\lambda}\psi(x)$, l'équation (b) s'écrit

$$\lambda\varphi(x) + \int_0^1 f(x, y)\varphi(y)dy = \psi(x), \tag{c}$$

équation qui se transforme en l'équation (a) en posant $\lambda = 0$. Ainsi la solution de l'équation (a) peut être considérée comme implicitement contenue dans la solution de l'équation (b).

[1] Magazin for Naturvidenskaberne, Kristiania 1823 et Oeuvres complêtes.