SUR LE PROLONGEMENT ANALYTIQUE D'UNE SÉRIE DE TAYLOR

PAR

HELGE VON KOCH

à STOCKHOLM.

La question de trouver une expression générale pour le prolongement analytique d'une série de TAYLOR en dehors de son cercle de convergence, abordée en 1896 par M. BOREL à l'aide de sa méthode de sommation exponentielle, a fait dans les dernières années des progrès considérables [1], grâce surtout aux recherches de M. MITTAG-LEFFLER [2].

Le théorème fondamental démontré par M. MITTAG-LEFFLER, qui est le résultat le plus complet obtenu jusqu' à présent sur ce sujet, peut s'énoncer de la manière suivante.

Soit

$$\mathfrak{P}(z\,|\,a) = c_0 + c_1(z-a) + c_2(z-a)^2 + \dots$$

une série de TAYLOR convergente dans le voisinage de $z=a$; on peut former avec les coefficients c — et cela de plusieurs manières différentes — une série de polynômes $S(z)$ qui à l'intérieur de l'étoile principale A appartenant aux coefficients c [3] converge et représente la branche uniforme

[1] On trouve un exposé des principaux travaux se rapportant à ce sujet dans les livres suivants:

BOREL, *Leçons sur les séries divergentes;* Paris, Gauthier-Villars, 1901;

HADAMARD, *La série de Taylor et son prolongement analytique;* Paris, C. Naud, 1901.

[2] *Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction monogène:* Acta Mathem.; t. 23, p. 43; t. 24, p. 183 et 205.

[3] Pour la définition de *l'étoile*, voir le mém. cité de M. MITTAG-LEFFLER (voir notamment Acta Math. t. 23, p. 47 ou t. 24, p. 183 et t. 24, p. 200).

Un point z est, par définition, situé à *l'intérieur* de A si le prolongement analytique de $\mathfrak{P}(z\,|\,a)$ obtenu en suivant le chemin rectiligne entre les points a et z est *holomorphe* tout le long de ce chemin.