ARITHMETISCHE EIGENSCHAFTEN ANALYTISCHER FUNCTIONEN

VON

PAUL STÄCKEL

in KIEL.

I.

Betrachten wir die Gesamtheit derjenigen algebraischen Functionen y von x, die durch eine Gleichung

$$g(x, y) = 0$$

definirt werden; $g(x, y)$ bedeute eine ganze rationale Function von x und y mit ganzzahligen Coefficienten. Darunter sind die rationalen Functionen von x mit rationalen Coefficienten enthalten. Sie sind dadurch ausgezeichnet, dass zu jedem rationalen Werte des Argumentes ein rationaler Wert der Function gehört. Das gilt auch noch dann, wenn der Begriff »rational» dahin erweitert wird, dass darunter jede Zahl der Form $a + ib$ verstanden werden soll, bei der a und b reelle rationale Zahlen sind.

Die soeben angegebene Eigenschaft kann dazu dienen, die rationalen Functionen mit rationalen Coefficienten aus der Gesamtheit der betrachteten algebraischen Functionen auszusondern. Nach Herrn HILBERT ist nämlich eine algebraische Function, die für alle rationalen Werte eines beliebig kleinen Intervalles selbst stets rationale Werte annimmt, notwendig eine rationale Function[1]; Herr HILBERT hat diesen Satz allerdings nur für *reelle* rationale Werte ausgesprochen, er gilt aber, wie man sich leicht überzeugt, auch im complexen Gebiete.

[1] *Über die Irreducibilität ganzer rationaler Functionen mit ganzzahligen Coefficienten.* Journal für Math., Bd. 110 (1892), S. 129.