

SUR LES FONCTIONS CONVEXES ET LES INÉGALITÉS ENTRE
LES VALEURS MOYENNES¹

PAR

J. L. W. V. JENSEN

à COPENHAGUE.

1. *Des fonctions convexes et concaves. Définition. Exemples.*

Dans sa célèbre Analyse algébrique (note II, pp. 457—59) CAUCHY démontre que »la moyenne géométrique entre plusieurs nombres est toujours inférieure à leur moyenne algébrique». La méthode employée par CAUCHY est extrêmement élégante, et elle à passé sans changement dans tous les traités d'analyse algébrique. Elle consiste, comme on sait, en ceci, que, de l'inégalité

$$\sqrt{ab} < \frac{1}{2}(a + b),$$

où a et b sont des nombres positifs, on est conduit à l'inégalité analogue pour quatre nombres, savoir

$$\sqrt{abcd} < \frac{1}{4}(a + b + c + d),$$

et aux suivantes, pour 8, 16, ..., 2^m nombres, après quoi ce nombre, par un artifice, est réduit à un nombre arbitraire inférieur, n . Cette méthode simple a été mon point de départ dans les recherches suivantes, qui conduisent, par une voie en réalité très simple et élémentaire, à des résultats généraux et non sans importance.

¹ Conférence faite à la Société mathématique danoise le 17 janvier 1905.