THÉORIE DES FONCTIONS ALGÉBRIQUES D'UNE VARIABLE

(Premier Mémoire)

PAR

K. HENSEL

À BERLIN.

Traduit par M. G. Brincard à Paris.

§ 1. *Des fonctions rationnelles à une variable et des formes rationnelles homogènes.*

Toute fonction entière de x

$$f(x) = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \dots + a_m$$

à coefficients constants peut se mettre, comme on le sait, à une constante multiplicative près, sous la forme d'un produit de facteurs linéaires distincts ou égaux entre eux, en nombre égal à son degré en x; cette décomposition ne pouvant d'ailleurs se faire que d'une seule façon. On pourra donc écrire

$$f(x) = a_0(x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_m),$$

les constantes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ étant des nombres réels ou complexes qu'on pourra calculer avec telle approximation qu'on voudra.

On est donc conduit tout naturellement, par analogie avec la dénomination adoptée dans la théorie des nombres, à appeler les facteurs linéaires irréductibles $(x - \alpha_i)$ les facteurs premiers de la fonction $f(x)$. On peut aussi définir ceux-ci comme des fonctions entières de x qui n'ont qu'un seul zéro.

Dans ces considérations d'un ordre plus arithmétique toute constante a différente de zéro doit être regardée comme une unité de même qu'on le fait en arithmétique pour les quantités $+ 1$ et $- 1$; et cela d'abord